En los problemas 37 al 42 determinar por inspección al menos una solución de la ecuación diferencial dada. Esto es, aplicar el conocimiento sobre derivadas para hacer una suposición inteligente, y posteriormente probar su hipótesis.

37. $y'' = 0$

38. $y' = y$

39. $xy' + y = 3x^2$

40. $(y')^2 + y^2 = 1$

41. $y' + y = e^x$

42. $y'' + y = 0$

43. **(a)** Si k es una constante, mostrar que una solución general (de un parámetro) de la ecuación diferencial

$$\frac{dx}{dt} = kx^2$$

está dada por $x(t) = 1/(C - kt)$, donde C es una constante arbitraria.

(b) Determinar por inspección una solución del problema de valor $x' = kx^2, x(0) = 0$.

44. **(a)** Continuando con el problema 43, asumir que k es positiva y diseñar gráficas de soluciones de $x' = kx^2$ para varios valores positivos de $x(0)$.

(b) ¿Cómo difieren estas soluciones si la constante k es negativa?

45. Considérese que una población de P roedores satisface la ecuación diferencial $dP/dt = kP^2$. Inicialmente, hay $P(0) = 2$ roedores, y su número se va incrementando a razón de $dP/dt = 1$ roedores por mes cuando hay $P = 10$ individuos. ¿Cuánto tiempo tomará a esta población crecer a un ciento de roedores? ¿A un millar? ¿Qué está sucediendo aquí?

46. Supóngase que la velocidad v de un barco costero en el agua satisface la ecuación diferencial $dv/dt = kv^2$. La velocidad inicial de la embarcación es $v(0) = 10$ metros/segundo (m/s), y v disminuye a razón de $1\ \text{m/s}^2$ cuando $v = 5$ m/s. ¿Cuánto tiempo transcurrirá para que la velocidad del barco disminuya a 1 m/s? ¿A $\frac{1}{10}$ m/s? ¿Cuándo se detiene el barco?

En los problemas 1 al 10 encuentre la función $y = f(x)$ que satisfaga la ecuación diferencial dada y la condición inicial prescrita.

1. $\dfrac{dy}{dx} = 2x + 1;\ y(0) = 3$

2. $\dfrac{dy}{dx} = (x - 2)^2;\ y(2) = 1$

3. $\dfrac{dy}{dx} = \sqrt{x};\ y(4) = 0$

4. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{x^2};\ y(1) = 5$

5. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{\sqrt{x+2}};\ y(2) = -1$

6. $\dfrac{dy}{dx} = x\sqrt{x^2+9};\ y(-4) = 0$

7. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{10}{x^2+1};\ y(0) = 0$ **8.** $\dfrac{dy}{dx} = \cos 2x;\ y(0) = 1$

9. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}};\ y(0) = 0$ **10.** $\dfrac{dy}{dx} = xe^{-x};\ y(0) = 1$

En los problemas 11 al 18, encuentre la función de posición $x(t)$ de una partícula moviéndose con una aceleración dada $a(t)$; considere como posición inicial $x_0 = x(0)$, y como velocidad inicial $v_0 = v(0)$.

11. $a(t) = 50,\ v_0 = 10,\ x_0 = 20$

12. $a(t) = -20,\ v_0 = -15,\ x_0 = 5$

13. $a(t) = 3t,\ v_0 = 5,\ x_0 = 0$

14. $a(t) = 2t + 1,\ v_0 = -7,\ x_0 = 4$

15. $a(t) = 4(t + 3)^2,\ v_0 = -1,\ x_0 = 1$

16. $a(t) = \dfrac{1}{\sqrt{t+4}},\ v_0 = -1,\ x_0 = 1$

17. $a(t) = \dfrac{1}{(t+1)^3},\ v_0 = 0,\ x_0 = 0$

18. $a(t) = 50 \text{ sen } 5t,\ v_0 = -10,\ x_0 = 8$

En los problemas 19 al 22, una partícula inicia su recorrido en el origen y viaja a lo largo del eje x con una función de velocidad $v(t)$ cuya gráfica se muestra en las figuras 1.2.6 a la 1.2.9. Trace la gráfica de la función para la posición que resultante $x(t)$ en el intervalo $0 \leqq t \leqq 10$.

19.

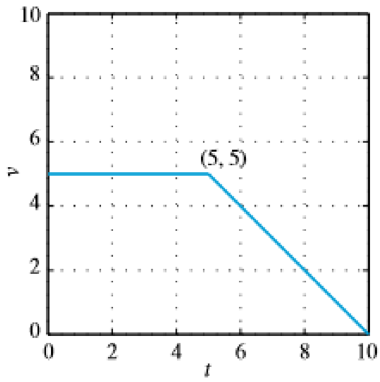

FIGURA 1.2.6. Gráfica de la función para la velocidad $v(t)$ del problema 19.

20.

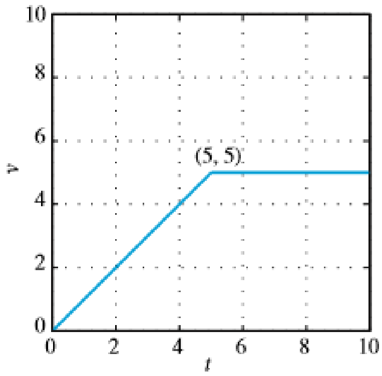

FIGURA 1.2.7. Gráfica de la función para la velocidad $v(t)$ del problema 20.

21.

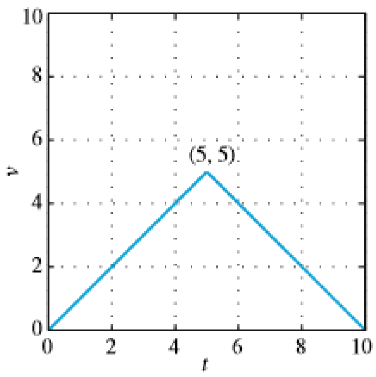

FIGURA 1.2.8. Gráfica de la función para la velocidad $v(t)$ del problema 21.

3) En los problemas anteriores aplique la fórmula de Euler para aproximar numéricamente la solución obtenida.

4) Use la fórmula de Newton Rhapson para hallar en una solución particular dada y(1).

5) Use la fórmula de Newton Rhapson para hallar x en una solución particular dada y(1).