Guía 2: Ecuaciones Diferenciales de Variables Separables

I. Encuentre la solución particular que verifique la condición dada:

1.1) $\frac{dr}{dt} = -4rt; \quad r(0) = r_0,$	1.5) $xy^2 dx + e^x dy = 0; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = 1/2,$
1.2) $2xyy' = 1 + y^2; \quad y(2) = 3,$	1.6) $(2a^2 - r^2)dr = r^3 \sin(\theta)d\theta; \quad r(0) = a,$
1.3) $2y dx = 3x dy; \quad y(2) = 1,$	1.7) $v \left(\frac{dv}{dx} \right) = g; \quad v(x_0) = v_0.$
1.4) $y' = xe^{y-x^2}; \quad y(0) = 0,$	

II. Encuentre la solución general de las siguientes EDO:

2.1) $(1-x)y' = y^2$	2.10) $(1+x)dy - ydx = 0$
2.2) $\sin(x)\sin(y)dx + \cos(x)\cos(y)dy = 0$	2.11) $y' = y^2 - 4$
2.3) $xy^3 dx + e^{x^2} dy = 0$	2.12) $(e^{2y} - y) \cos xy' = e^y \sin 2x$
2.4) $ye^{2x} dx = (4 + e^{2x})dy$	2.13) $e^x yy' = e^{-y} + e^{-2x-y}$
2.5) $y' = y \sec(x)$	2.14) $y' = \frac{y^2 - 1}{x^2 - 1}$
2.6) $(1 + \ln(x))dx + (1 + \ln(y))dy = 0$	2.15) $\sqrt{1-y^2}dx - \sqrt{1-x^2}dy = 0$
2.7) $(1 + e^x)yy' = e^x$	2.16) $(4+x)y' = y^3$
2.8) $(1 + y^2)dx + xydy = 0$	2.17) $e^{y^2} dx + x^2 y dy = 0$
2.9) $y \ln y dx + x dy = 0$	

III. En cada una de las EDO siguientes, establezca la región (o regiones posibles) donde quede garantizada la existencia y unicidad de la solución con $y(1) = 0$.

3.1) $y' = \sqrt{1-y^2};$	3.3) $y' = \sqrt{y}$
3.2) $y' = \sin x - \cos x;$	

EDOs que se reducen a EDOs de variables separables.

IV. Resuelva las siguientes EDOs haciendo el cambio de variable adecuado:

4.1) $y' = (-2x + y)^2 - 7$	4.8) $y' = \frac{x+3y}{3x+y}$
4.2) $y' = (x + y + 1)^2$	4.9) $y' = \tan(-x + y + 1) + 1$
4.3) $y' = \tan^2(x + y) + 1$	4.10) $y' = e^{x+y}(x + y)^{-1} - 1$
4.4) $y' = \cos(x + y)$	4.11) $xy' = y + \sqrt{x^2 - y^2}, x > 0$
4.5) $y' = \frac{1-x-y}{x+y}$	4.12) $(x - y)dx + x dy = 0$
4.6) $y' = \frac{3x+2y}{3x+2y+2}$	4.13) $x dx + (y - 2x)dy = 0$
4.7) $y' = \frac{y-x}{y+x}$	4.14) $y dx - 2(x + y)dy = 0$

4.15) $(y^2 + yx)dx - x^2dy = 0$

4.16) $-ydx + (x + \sqrt{xy})dy = 0$

4.17) $ydx + x(\ln x - \ln y - 1)dy = 0$

4.18) $v^2dx + x(x + v)dv = 0$

4.19) $y^2dy = x(xdy - ydx)e^{x/y}$

4.20) $(x - y \ln y + y \ln x)dx + x(\ln y - \ln x)dy = 0$

V. Determine si la ecuación diferencial es homogénea, si lo es, encuentre la solución del problema de valor inicial:

5.1) $x \frac{dy}{dx} = \sqrt{x^2 + y^2} + y; \quad y(3) = 0$

5.2) $x \frac{dy}{dx} = y + 4\sqrt{xy}; \quad y(e) = 9e$

5.3) $x \frac{dy}{dx} = 3y + \frac{1}{x}y^2; \quad y(1) = 4$

5.4) $x \frac{dy}{dx} = x^2 + y^2; \quad y(1) = 1$

5.5) $x \frac{dy}{dx} - y = \frac{y}{\ln(y) - \ln(x)}; \quad y(1) = e$

5.6) $(x - 2y) \frac{dy}{dx} = x - y; \quad y(1) = 4$

5.7) $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 - y^2}{x^2}; \quad y(2) = 8$