



CONTROL No.1 (A1)

NOMBRE: R.U.T.

PROFESOR(A): COORDINACIÓN:

1. Dada la ecuación diferencial

$$\frac{dy}{dx} + 2xy = 1 + x^2 + y^2.$$

- (a) (0.3 ptos) Demuestre que $y_1 = x$, es una solución particular de la ecuación dada.
- (b) (1.2 ptos.) Resuelva la ecuación diferencial de Ricatti.

2. Dado el problema de valores iniciales (PVI):

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} - \frac{2}{3x}y = x^2y^{-2}, \\ y(1) = 1. \end{cases}$$

- (a) (1.4 ptos.) Determine la solución del PVI y su valor en $x = 1.2$.
- (b) (0.8 ptos.) Compárela con el valor aproximado en $x = 1.2$ al usar el Método de Runge-Kutta de orden dos (Euler Mejorado)¹, con $h = 0.1$ e indicando el orden del error en la aproximación.

3. En un contenedor hay un total de **100 L** (litros) de una mezcla líquida, formada inicialmente por agua y s_0 g (gramos) de sal. Se agrega agua salada con una concentración constante de sal de c_0 g/L a una tasa constante de **4 L/min**. Al mismo tiempo se extrae mezcla del recipiente a una tasa constante de **6 L/min**. Considere que la concentración de sal se mantiene uniforme en el estanque.

- (a) (0.4 ptos.) Justifique que el problema descrito se modela por el P.V.I., donde $s(t)$ representa la cantidad de sal en el instante de tiempo t :

$$\frac{ds}{dt} = 4c_0 - \frac{6s(t)}{100 - 2t}, \quad s(0) = s_0.$$

- (b) (1.5 ptos.) Encuentre la solución al P.V.I., para $s_0 = 5$ g y $c_0 = 2$ g/L.
- (c) (0.4 ptos.) Encuentre el volumen de agua salada $V(t)$ que hay en el contenedor en cada instante ¿Cuánto tiempo tarda en vaciarse el contenedor?

¹RK22: $y_{i+1} = y_i + hf(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2}f(x_i, y_i))$, $i = 0, 1, 2, \dots$