Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Ciencia, Departamento Matemática y C.C.
Ecuaciones Diferenciales y Métodos Numéricos
Segundo Semestre 2019

CONTROL No.1 (E1 y E2)

NOMBRE: .... R.U.T. ....

PROFESOR(A): .... COORDINACIÓN: ....

1. Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales:
   (a) (1.2 pto.) $(1 + ye^{xy})dx + (2y + xe^{xy})dy = 0$.
   (b) (1.2 ptos.) $\cos(x + y)dx = x\sin(x + y)dx + x\sin(x + y)dy$.

2. Considere el problema de valor inicial (P.V.I.):

$$\frac{dy}{dt} = y(t) + t\sin(t), \qquad y(0) = 1.$$

   (a) (0.4 ptos.) Verifique que la solución general es:

$$y(t) = Ce^t - \frac{t}{2}(\cos(t) + \sin(t)) - \frac{1}{2}\cos(t).$$

   (b) (0.2 pts.) Determine la solución particular y el valor en $t = 0.2$.
   (c) (0.8 pts.) Aproxime $y(0.2)$ usando el método de Runge-Kutta de orden dos (Euler-Cauchy)[1], con $h = 0.2$ e indicando el orden del error en la aproximación.

3. Suponga que se hacen pagos continuamente sobre una deuda hipotecaria de P_0 dólares (Deuda inicial), a razón de c dólares mensuales (Cuotas). Sea $P(t)$ la deuda capital (Cantidad de dinero que todavía se adeuda) después de t meses y r la tasa de interés mensual pagada por el deudor (por ejemplo $r = \frac{0.12}{12} = 0.01$ si el interés anual es de 12%).
   (a) (0.4 ptos.) Justifique que el problema descrito se modela por el P.V.I.:

$$\frac{dP(t)}{dt} = rP(t) - c \qquad P(0) = P_0.$$

   (b) (1.2 ptos.) Determine la solución general y particular del P.V.I.
   (c) (0.6 ptos.) Use a) y b) para calcular el valor de la cuota mensual c en un préstamo de $US\$10800$ que será pagado continuamente en un periodo de 60 meses, con una tasa de interés anual del 18%.

[1] RK22: $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2}[f(t_i, y_i) + f(t_i + h, y_i + hf(t_i, y_i))], \; i = 0, 1, 2, \ldots$