Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Ciencia, Departamento Matemática y C.C.
Ecuaciones Diferenciales y Métodos Numéricos
Segundo Semestre 2019

CONTROL No.2 (A1)

NOMBRE: .... R.U.T. ....

PROFESOR(A): .... COORDINACIÓN: ....

1. (2 ptos.) Considere el Problema de Valor Inicial (PVI):

$$\begin{cases} y'' + 2y' + 2y = \operatorname{sen}(3x) \\ y(0) = 2 \quad y'(0) = 0 \end{cases}$$

   i) Determine la solución de la ecuación diferencial homogénea. Compruebe que dichas soluciones son l.i. (0.8 ptos.)
   ii) Use alguno de los métodos tratados en clases para calcular y_p (1 pto.)
   iii) Determine la solución del P.V.I. que cumple las condiciones iniciales. (0.2 ptos.)

2. (2 ptos.) Para la ecuación diferencial

$$x^2y'' - 3xy' + 4y = 0 \qquad x > 0.$$

   (a) Pruebe que existe una constante k, tal que, $y = x^k$ es una solución de la ecuación. (0.5 ptos)
   (b) Encuentre una segunda solución y demuestre, usando el Wronskiano, que son l.i. (1.5 ptos.)

3. (2 ptos.) En la mecánica celeste, el problema de determinar la posición de un planeta en su órbita conduce a una ecuación trascendental conocida como la **ecuación de Kepler:**

$$m = x - E\operatorname{sen}(x)$$

   donde, m y E son números positivos entre 0 y 1. Considere $m = 0.8$ y $E = 0.2$.

   i) Use el algoritmo de Bisección para obtener la aproximación de la raíz en el intervalo $[0.5, 1.5]$, realice 4 iteraciones y entregue x_4 (último punto medio) (0.8 ptos.)
   ii) Indique, cuántas iteraciones son necesarias para tener una aproximación con una precisión de $\epsilon = 10^{-4}$? (0.2 ptos.)
   iii) Determine x_4 usando el método de Newton Raphson[1] iniciando el proceso iterativo con $x_0 = 1$ y compare con el método de bisección, para determinar el orden de error entre ambas aproximaciones, sabiendo que Newton Raphson tiene convergencia cuadrática. (1.0 pto.)

[1] $x_{i+1} = x_i - \dfrac{f(x_i)}{f'(x_i)}$, para $i = 0, 1, 2, \ldots$