



CONTROL No.2 (E1 y E2)

NOMBRE: R.U.T.

PROFESOR(A): COORDINACIÓN:

1. (2 ptos.) Considere la ecuación diferencial

$$t^2 x'' - tx' + 5x = 0, \quad t > 0.$$

- (a) Demuestre que $x = t \sin(2 \ln(t))$ es una solución de la ecuación diferencial.
(b) Calcule una segunda solución a partir de a) ¹ y exprese la solución de la ecuación diferencial si se tiene $x(1) = 1, x'(1) = 3$.

2. (2.5 ptos.) Considere el problema de valores iniciales (PVI):

$$y'' + 8y' + 16y = 2e^{-4x} + x^2 + 3$$
$$y(1) = 2, y'(1) = 1, y''(1) = 0.$$

- (a) Determine la solución general de la ecuación diferencial no homogénea.
(b) Encuentre la solución del PVI.

3. (1.5 ptos.) Considere un sistema cerrado con dos estanques de salmuera modelados a partir de las siguientes ecuaciones:

$$x_1(t) = 10 + 5e^{-0.6t}$$
$$x_2(t) = 15 - 5e^{-0.6t},$$

donde $x_1(t), x_2(t)$ representa las cantidades de sal en el instante t en cada estanque.

- (a) Plantee una ecuación no lineal que le permita aproximar el tiempo en el que el estanque 1 y el 2 se equilibran en sal.
(b) Aproxime la solución del problema planteado anteriormente usando 4 iteraciones del método de Newton - Raphson². Indique el error de su aproximación.

¹ $\int \frac{1}{\sin^2(at)} dt = -\frac{\cot(at)}{a}$
² $t_{i+1} = t_i - \frac{f(t_i)}{f'(t_i)}$, para $i = 0, 1, 2, \dots$