Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Ciencia, Departamento Matemática y C.C.
Ecuaciones Diferenciales y Métodos Numéricos
Primer Semestre 2019

CONTROL No.2 (A1 y A2)

NOMBRE: .... R.U.T. ....

PROFESOR(A): .... COORDINACIÓN: ....

1. Dado $F(s) = \dfrac{s+3}{(s+2)^2}$.

   (a) Demuestre que $\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}(t) = te^{-2t} + e^{-2t}$.

   (b) Use lo anterior para resolver el siguiente P.V.I

   $$y'' + 4y' + 4y = 0; \qquad y(0) = 1; \quad y'(0) = -1.$$

2. Utilizando la transformada de Laplace, encuentre $y(t)$

   $$y(t) = 4\sin(t)\mathcal{U}(t-1) - 2\int_0^t y(t-x)\sin(x)\,dx,$$

   donde $\mathcal{U}(t-a)$ es la función escalón.

3. Un cuerpo de masa $m = 2$ Kg se cuelga del extremo inferior de un resorte vertical y lo estira 2 metros. Este cuerpo se reemplaza por un bloque de masa $m = 10$ Kg, el cual se estira hacia abajo 10 metros y se suelta con velocidad nula. A los 5 segundos de soltarlo comienza a actuar una fuerza externa $f(t) = t$ sobre el sistema. Determinar la posición $y(t)$ del bloque para cualquier instante t. Considere la gravedad $g = 10$ m/s^2.

   La ecuación que modela el resorte es:

   $$my''(t) + ky(t) = f(t).$$

Recuerde que:

- $\mathcal{U}(t-a) = \begin{cases} 0 & 0 \le t < a \\ 1 & t \ge a \end{cases}$; $\mathcal{L}\{1 * f(t)\} = \dfrac{F(s)}{s}$
- $\mathcal{L}\{f(t-a)\mathcal{U}(t-a)\} = e^{-as}F(s)$; $\mathcal{L}\{f(t)\mathcal{U}(t-a)\} = e^{-as}\mathcal{L}\{f(t+a)\}$.
- $\mathcal{L}\{f(t) * g(t)\} = F(s)\cdot G(s)$; $\mathcal{L}\{t^n f(t)\} = (-1)^n \frac{d^n F(s)}{ds^n}$.