Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Ciencia, Departamento Matemática y C.C.
Ecuaciones Diferenciales y Métodos Numéricos
Primer Semestre 2019

CONTROL No.2 (E1 y E2)

NOMBRE: .... R.U.T. ....

PROFESOR(A): .... COORDINACIÓN: ....

1. Dado el siguiente P.V.I.

$$y'' - 2y' - 8y = te^{-3t}; \qquad y(0) = 0; \quad y'(0) = 0.$$

   (a) Demuestre que $\mathcal{L}\{te^{-3t}\} = \dfrac{1}{(s+3)^2}$. Justifique su desarrollo.

   (b) Obtenga la solución del P.V.I

2. Dado $F(s) = \dfrac{2}{s^3(s-1)}$

   (a) Calcule la $\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$ usando el Teorema de Convolución.

   (b) Use lo anterior para resolver el siguiente P.V.I

$$y'' - 2e^t + 2 = 0; \qquad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

3. Una masa que pesa 64 libras, unida al extremo de un resorte, lo alarga 8/9 pies. Al inicio, la masa se libera desde la posición de equilibrio con velocidad inicial nula. En el instante $t = 0$ se ejerce una fuerza de $120t$ en el resorte, la cual se interrumpe abruptamente en el instante $t = 1s$. El P.V.I. que modela el problema es:

$$2x''(t) + 72x(t) = f(t), \qquad f(t) = \begin{cases} 120t & 0 \le t < 1 \\ 0 & t \ge 1. \end{cases}$$

   (a) Escriba $f(t)$ en términos de $\mathcal{U}(t-1)$ y calcule $\mathcal{L}\{f(t)\}$.

   (b) Resuelva la ecuación planteada usando la Transformada de Laplace.

   (c) Determinar la velocidad de la masa en $t = 2s$.

Recuerde que:

- $\mathcal{U}(t-a) = \begin{cases} 0 & 0 \le t < a \\ 1 & t \ge a \end{cases}$; $\mathcal{L}\{1 * f(t)\} = \dfrac{F(s)}{s}$; $\mathcal{L}\{\mathcal{U}(t-a)\} = \dfrac{e^{-as}}{s}$;
- $\mathcal{L}\{f(t-a)\mathcal{U}(t-a)\} = e^{-as}F(s)$; $\mathcal{L}\{f(t)\mathcal{U}(t-a)\} = e^{-as}\mathcal{L}\{f(t+a)\}$.
- $\mathcal{L}\{f(t) * g(t)\} = F(s) \cdot G(s)$.
- $\displaystyle\int x^n e^{cx} dx = \frac{1}{c}x^n e^{cx} - \frac{n}{c}\int x^{n-1}e^{cx} dx.$